

Title	熱流下の超流動ヘリウムの相転移・中間状態・渦乱流(強い相関をもつゆらぎの統計物理学, 科研費研究会報告)
Author(s)	小貫, 明
Citation	物性研究 (1983), 40(5): 64-68
Issue Date	1983-08-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/91106">http://hdl.handle.net/2433/91106</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

# 熱流下の超流動ヘリウム の相転移・中間状態・渦乱流

京大基研 小 賢 明

## §1 はじめに

講演の内容の多くは物性研究/2月号(1982)のものと重複しているのび、ここでは主に実験的側面と  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  mixtures での多様な現象について説明しよう。超流動ヘリウムでは熱流  $Q$  がある程度以下であれば熱抵抗はほとんどない。これは2流体力学によって理解されている。即ち super 成分と normal 成分が互いに抵抗なく流れることができ  $Q = T_s V_n$  である。物質の流れがなければ  $\rho_s V_s + \rho_n V_n = 0$  である。(thermal counterflow とよばれる) しかし  $Q$  が大きくなると vortex が集団的にでき vortex が動くことから super と normal の間のいわゆる「mutual friction」が生ずる。さらに  $Q$  が大きければついには  $\rho_s$  のものが 0 になるだろう(ただし  $T \leq T_\lambda$ )。一方、常流体 ( $T > T_\lambda$ ) では通常の熱伝導のため vortex によるものに比し「桁違いに大きい  $\kappa$ 」がみえる。このような系で超流動性をこわす「散逸機構」を理解することは難しく challenging でもある。また  $Q$  の存在下での Normal  $\rightleftharpoons$  super の転移とは何か? ... 一般に complex field がオクターパラメータの系の非平衡現象について多くは未知であり向や特異な様相が予期される。回転ヘリウム・磁場下の超伝導にある驚くべき多様性(これは平衡現象でも十分に理解されている)をさらに上回る面白さがあるかもしれない。それは規則的・不規則的な空間・時間構造が得意なところにある。

## §2 $^3\text{He}$ I と $^3\text{He}$ II の Interface, 即ち Normal と Super の共存

問題のひとつの糸口として次のような設問をしてみよう。容器 (cell とよぶ) の一端では  $T < T_\lambda$  他端では  $T > T_\lambda$  とすると何かおこるか? 冷たい方の壁の温度が充分  $T_\lambda$  より下ならば全体が Normal ではありえず両相の共存をきえる他はないと思う。super では  $\kappa \approx 0$  のはずだから、境界のところで  $\kappa$  が大きな jump を示すだろう。この状況は第1種超伝導体に強磁場を apply したときのもっとそっくりなのである(後述のわかつたのだが)。H のある値以上両相は共存する他ない。この状況はいくつかの実験報告に見い出せるが、理論家としては考えをなした人はなかつた。Akers は  $Q \sim 10^4 \text{ mW}$  で cell size  $L \sim 1 \text{ cm}$  の時、一端より熱を奪うと interface が  $10^4 \text{ cm/sec}$  位に動くを報告している (Phys. Rev. Lett. 21, 1159 (1968)). Bhagat などは図1のように  $T < T_\lambda$  のヘリウムのはいったパイプにいくつか温度計をとり下端に heater をとりつけて、Interface の運動を見ている (Phys. Rev. 153, 340 (1971); 154, 264 (1971); 155, 2217 (1972)). 図2で温度計のある場所の温度を時間に対し plot してある。始めは全体が  $^3\text{He}$ II のまゝに均一に温まる。しかしある温度で  $^3\text{He}$ I が heater のまわりにはじこに主に熱が食べられる。その結果 interface ができやうりと上昇していく。速さは  $Q \sim 10 \text{ mW/cm}^2$  で  $0.1 \text{ cm/sec}$  位。これは Akers のものより  $10^5$  位大きい。  $^3\text{He}$ II での  $\kappa$  は vortex によるものである。面白いことにこの場所の温度計を測っても interface のある場所の温度は  $Q$  の unique な関数である。即ち、 $T_f(Q) \approx T_\lambda - 5.9 \times 10^{-5} Q$  ( $Q$  in  $\text{mW/cm}^2$ ) (図3)。

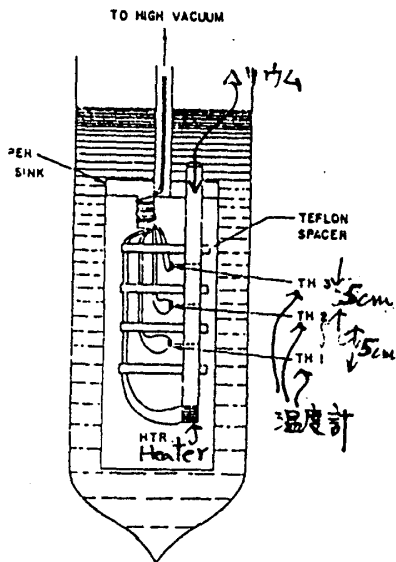


Fig. 1. Bhagat and Lasken

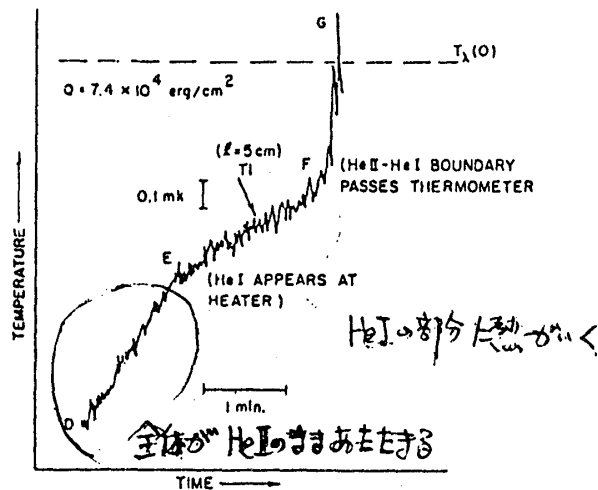


Fig. 2. Typical temperature vs. time curve for a thermometer placed 5 cm away from the heater. As explained in the text, such thermograms were obtained by allowing the main helium bath to warm up slowly toward the λ-point. (See more detailed descriptions in Refs. 4 and 5.)

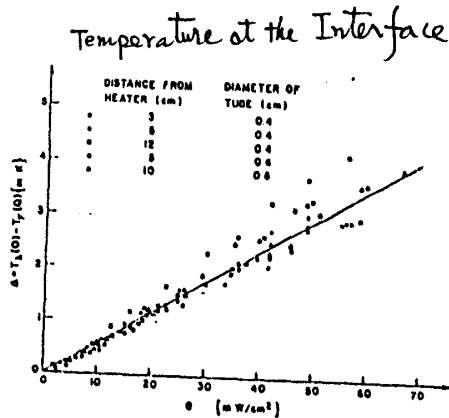


FIG. 4. Heat current  $Q$  versus temperature  $T_\lambda(Q)$  of the HeII-HeI transition. Each data point corresponds to point F,  $T_\lambda(Q) = T_\lambda(0)$ , of Fig. 3(b) for a given  $Q$ . The various symbols represent data on different thermometers. Several data points have been left out for the sake of clarity. As discussed in the text, the full line is a least-squares fit to the data points.

実験式  $T_\lambda(0) - T_\lambda(Q) = 5.9 \times 10^{-5} Q \text{ deg}$   
 $Q \text{ in mW/cm}^2$

Fig. 3

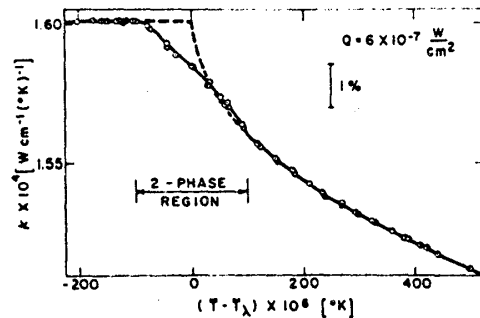


FIG. 2. The measured thermal conductivity  $\kappa$  as a function of  $T - T_\lambda$ .  $T$  and  $T_\lambda$  are the average sample temperature and the average transition temperature. This figure covers the range indicated by the horizontal bar in the insert of Fig. 1.

Fig. 4. Coexistence of Normal and Super in  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  at molar concentration  $X=0.15$  (G.Ahlers, Phys. Rev. Lett. 24, 1333 (1970))

理論的にハリウ4は一樣の不純物( $^3\text{He}$ 以外は)がないためすり)している。  
 Pitaevskiiはボグーノワキチと保存量についての運動方程式を与えている。TとTλで使  
 われた Halperin-Hohenberg の model は Pitaevskii の式の中で relevant なものの外に残した  
 もののひある。私は後者の F-model と称するものについて まず super side の vortex を  
 無視して interface 解を求めるのに成功した。

$m(x, t)$  と  $\psi$  と  $m$  の連立の式を考える。

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi = i g_0 \psi \delta H / \delta m - \Gamma_0 [\bar{\rho}_0 - v^2 + 2 \gamma_0 m + 4 \bar{u}_0 |\psi|^2] \psi \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} m = g_0 \partial_m (\psi^* v^2 \psi) + \lambda_0 \nabla^2 \delta H / \delta m \quad (2)$$

$$\Rightarrow H = \int dA \left[ \frac{1}{2} \bar{\rho}_0 |\psi|^2 + \frac{1}{2} \lambda_0 \psi^2 + \gamma_0 m |\psi|^2 + \bar{u}_0 |\psi|^4 + \frac{1}{2 \lambda_0} m^2 \right] \quad (3)$$

$g_0, \Gamma_0, \bar{\rho}_0, \gamma_0, \bar{u}_0, \lambda_0$  は定数。  $\delta H / \delta m = \frac{1}{\lambda_0} m + \gamma_0 |\psi|^2$  から local な温度  $\tau$  を表わしている。  $\tau \equiv \bar{\rho}_0 + \gamma_0 \lambda_0 \delta H / \delta m$  が局所温度。一次元的な場合 (変動を考えよ)。  $x \rightarrow -\infty$  で  $\tau = -|K_{00}| = \text{const.}$  とする。(super とする)。

$A \equiv (\tau(x) - \tau_{\infty}) / |K_{00}|$  とし定常状態での次の式をうる。

$$\frac{d^2}{dx^2} \Psi = \kappa^2 [-1 + (1 - \frac{2a_0}{1+\gamma_0}) A + |\Psi|^2] \Psi \quad (4)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} A = |\Psi|^2 A \quad (5)$$

ここで簡単のため式は無次元化してある。即ち,  $x = |K_{00}|^{1/2} x$ ,  $\Psi = \text{const.} \psi$ ,  $a_0 \sim 4$ ,  $\gamma_0 \sim 1$  と評価できる。“GL parameter”  $\kappa$  は弱く温度による。  $|T - T_c| / T_c \lesssim 10^3$  位ならば  $\kappa^2$  が  $1/10$  位にある。近似的には universal number で  $\epsilon$  展開では  $0.345 + O(\epsilon)$ 。しかし  $|T - T_c| / T_c \sim 10^{-1}$  では  $\kappa^2 \sim 10$  位である。さて (4)(5) は Ginzburg-Landau が 1950 年に導いた超伝導体へ磁場がある時の有名な式と似ている。これは,  $A$  は vector potential とし,

$$\frac{d^2}{dx^2} \Psi = \kappa^2 [-1 + A^2 + |\Psi|^2] \Psi \quad (6)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} A = |\Psi|^2 A \quad (7)$$

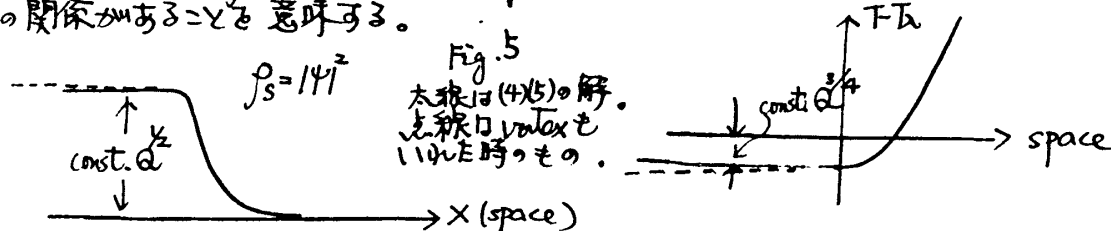
GL も (6)(7) に基づき interface の profile を計算する。(4)(5) の場合と同じ境界条件で interface が計算できる。ただ (4) の  $A$  の前の係数が complex になりければならぬ。(4) の  $a_0$  は (1) の  $g_0$  に比例する項より出てくる。2つの系の間の対応は次の通りである。

温度  $T \leftrightarrow$  vector potential  $A$ ,  $\nabla T \leftrightarrow B = \text{rot} A$ , 熱流  $Q \leftrightarrow H$ 。

(4)(5) の系では次の量に注意する。  $I \propto Q$  である。

$$I = dA/dx + \kappa^2 a_0^2 (1 + \gamma_0^2) \partial_m (\Psi^* \frac{d}{dx} \Psi) \quad (8)$$

$I=0$  だと系は一樣で平衡。interface のあるとき  $I$  はある unique な値をとる。このことは interface のある時に super phase の温度  $-|K_{00}|$  と  $Q$  の間に  $Q / |K_{00}|^{3/2} = \text{const.}$  の関係があることを意味する。



現実のヘリウムではゆがみが大きく  $\rho \propto \lambda_0 \propto |T-T_\lambda|^{-1/3}$  である (dynamic scaling).  
 こうすると,  $Q/(T_\lambda - T)^{4/3} = \text{const.}$  が出てくる.  $T$  は super side の vortex を  
 無視した時の温度. この結論は 図4 にある  $T_\lambda - T_F = 5 \times 10^{-5} Q$  と consistent であ  
 る. また exponent が  $1 \times 3/4$  で少し違いますが実験のバラつき dynamic scaling に対する  
 補正が大きいことなどから一致はよいものと考えている.

さて  $Q = \text{const.} (T_\lambda - T)^{4/3}$  は interface が flat で静止している時の関係. この関係が  
 満たされない時は interface は動き出す. 類似の問題として第一超伝導体に  
 $H_c \propto T_c - T$  より大きい磁場  $H$  を印加した時 interface が動き出すことが知られてお  
 り 1950 年にすでに Peppard と Lifshitz が理論を作っている. interface の位置を  $x_I(t)$   
 として,  $x_I(t)^2 - x_{I(0)}^2 = 2D_0(H - H_c)/H_c \int t$ , ここで  $D_0$  はある diffusion constant.  
 ヘリウムの場合は,

$$x_I(t)^2 - x_{I(0)}^2 = 2(\lambda_0/\lambda_0) \frac{Q - Q_c}{Q_c} t \quad (9)$$

ここで  $\lambda_0/\lambda_0$  は thermal diffusivity,  $Q_c = \text{const.} (T_\lambda - T)^{4/3}$ . しかし Peppard-Lifshitz は流体力学  
 的考察で interfacial motion を考えよう, GL 的立場から議論している (考慮中).

### §3. 熱流下での相転移, 1次転移と中間状態

Normal 状態で  $Q = \text{一定}$  のまま全体の温度を下げていくとどんな不安定性があるか?

(1)(2) で  $\psi = 0$ ,  $m = (Q/\lambda_0)\lambda_0 x + m_0$  とし このまわりの linear stability を考える.

$x=0$  に冷たい壁があり半無限系を考える. 壁の温度  $T_0$  の次の領域で (4)(5) は  
 2つ安定な解をもつ. (これは all size が分かる) ( $k \ll 1$  とすると)

$$R_0 t_c < (T_\lambda - T_0)/T_\lambda < R_{sc} t_c \quad (10)$$

ここで  $R_0 \sim k^{1/3}$ ,  $R_{sc} \sim k^{2/3}$ ,  $t_c \approx 10^{-5} Q^{3/4}$ . 1つの解は  $\psi=0$  の Normal, 他解は  
 2相共存解である. Fig. 6 参照.  $T_0$  が  $T_\lambda - R_0 t_c T_\lambda$  より  
 下がると Normal  $\rightarrow$  Super へ系は jump する. 即ち, 1次転移.  
 不安定性はいわゆる inverted bifurcation とになっている.

$Q$  が大きいとき転移後は6回のおおきな異なる共存状態が  
 実現されるかというはっきりしない. 超伝導体の「中間状態」に類似

(たぶん不均一状態に落ちるかもしれない). Archivald は thin cell ( $\sim 0.0033 \text{ cm}$ ) で大きな  $Q$   
 ( $\sim 10^4 \text{ w/cm}^2$ ) では effective な熱伝導率から bulk なものより 1桁大きくなることを見い出  
 している (Phys. Rev. Lett. 21, 1156 (1968)). これは中間状態を観測した可能性もある.  
 彼らの実験結果はなぜとされているか? 私の様な解釈しか考えようがないのではなさそう.

### §4. Vortex 乱流

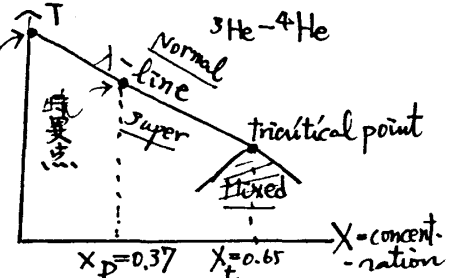
私は最近  $T \approx T_\lambda$  の  $^4\text{He}$ ,  $^3\text{He}-^4\text{He}$  の mutual friction の係数  $(B, B')$  (vortex が流れるに對して与えた)  
 け動くかといういわば "conductivity" を計算した. pure  $^4\text{He}$  では  $B \sim (T - T_\lambda)^{1/3}$  となる. このことと  
 Vinen-Schwarz などの考えを組み合わせ,  $T \approx T_\lambda$  では, 温度変化は次のような  
 式に従う.  $\mathcal{I} \equiv (T - T_\lambda)/T_\lambda t_c$ ,  $X = R_0 x$ ,  $k_c = \xi_0^{-1} t_c^{-1}$  である.

$$\begin{aligned} \text{Normal : } \frac{1}{\lambda} J &= J^{1/3} \quad \text{for } J \geq 1 & (11) \\ \text{Super : } \frac{1}{\lambda} J &= -\mu |J|^{-1/3} \quad \text{for } J \leq -1 & (12) \end{aligned}$$

== $\Rightarrow$   $\mu \sim 0.1 / (\ln R / \xi)$   $\mu$ .  $R$  は vortex の間の間隔,  $\xi$  は core size である.  
 $R/\xi \gg 1$ ,  $\mu \ll 1$  である super の vortex resistance は極めて小さい.

### § 5. $^3\text{He}-^4\text{He}$ Mixtures

この系では vortex の運動そのものが  $\lambda$ -line 近くと tricritical point 近くで特異である。それは concentration のゆがみで vortex motion が遅くなるからである。流れに対する非線型効果も特異であるが、未開拓である。



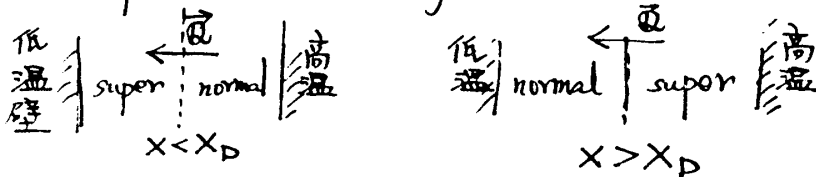
そもそもこの系は複雑なため線型結合の枠組みにみ理論が tricritical point 近くで Siggia-Nelson により展開されているが、中程度の濃度の溶液はカバーできていない。私は最近全濃度で使える理論を作ったが  $X_D \approx 0.37$  at saturated vapor pressure) という濃度で  $\lambda$ -line 上に singular point が存在するのを見つけた。  $X = X_D$  では  $\psi$  と couple する 2 つの保存量 (一つ濃度とエンタルピー) のある線型結合が  $\psi$  と完全に decouple する。== $\Rightarrow$  これは例えば次のような特異性がある。

(i) vortex conductivity  $B$  は  $X=0$  (pure  $^4\text{He}$ ) と  $X=X_D$  で  $(1-T/T_\lambda)^{1/3}$  で発散。

その他の  $X$  では  $B$  は有限である。 tricritical region では  $B \approx 0$ 。

(ii) 熱流  $\vec{Q}$  を流してみる。ただし  $^3\text{He}$  mass flow はないとする。  $\nabla T$  は常に  $\vec{Q}$  と同方向にあるか、  $\nabla(T-T_\lambda)$  は  $X < X_D$  では  $\vec{Q}$  と同方向、  $X > X_D$  では  $\vec{Q}$  と逆方向になる。  $X = X_D$  では  $\nabla(T-T_\lambda)$  は Normal phase で  $Q(T-T_\lambda)^{1/3}$  のようになり super では 0 である。従って、熱流下での相転移を考えると、  $X < X_D$  では低温側には super が生じ、  $X > X_D$  では高温側には super がでる。

また super-normal の interface は下図のようになる。(図 4 も参照)。



$X = X_D$  では、interface の profile etc は pure  $^4\text{He}$  と同じになる。

Mixture で (4) (5) に対応する式は、1-変数  $B$  を使って次のようになる。

$$\frac{d^2}{dz^2} = \kappa^2 [-1 + (1 - \frac{\kappa_0}{\kappa_0}) A + \alpha_0(X) B + |\Psi|^2] \Psi \quad (13)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} A = |\Psi|^2 A, \quad \frac{d^2}{dz^2} B = 0 \quad (14)$$

エンタルピーと濃度のゆがみは  $A$  と  $B$  の線型結合で書ける。実係数  $\alpha_0(X)$  は  $X \ll 1$  で、  $\alpha_0 \sim X$  であり、  $X \approx X_D$  では  $\alpha_0 \sim X - X_D$  である。

以上、半分位は未発表だが、多くは Jour. Low. Temp. Phys. に投稿する。